

Die Funktion  $f$  mit  $f(x) = e^x$  wird als **e-Funktion** bezeichnet. Dabei ist  $e$  die sogenannte **eulersche Zahl**, für die gilt  $e \approx 2,718281 \dots$

Hier sind die wichtigsten grundlegenden Eigenschaften der e-Funktion aufgeführt:

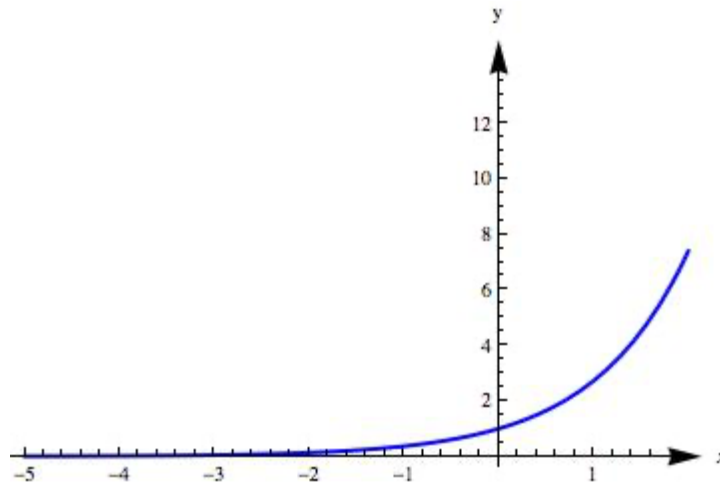
Definitionsmenge:  $D_f = \mathbb{R}$

Wertemenge:  $W_f = \mathbb{R}^+ = ]0; \infty[$

Nullstellen: keine Nullstellen

Achsenschnittpunkt:  $S(0|1)$  (Schnittpunkt mit der y-Achse; keine Schnittpunkte mit x-Achse)

Schaubild:



Verhalten der Funktion  $f$  im Unendlichen:  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$  und  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

Asymptoten:  $y = 0$  (waagrechte Asymptote)

1. Ableitung:  $f'(x) = e^x$

(Daher: Keine Extrempunkte;  $G_f$  ist streng monoton steigend auf ganz  $\mathbb{R}$ )

2. Ableitung:  $f''(x) = e^x$

(Daher: Keine Wendepunkte;  $G_f$  ist linksgekrümmt auf ganz  $\mathbb{R}$ )

**ACHTUNG:** Bei verketteten Funktionen kann alles ganz anders sein:

Beispiele: (a) Die Funktion  $g$  lautet  $g(x) = e^{-x} - 3$

Untersuchen wir auf Nullstellen:  $g(x) = 0 \Rightarrow e^{-x} - 3 = 0 \Rightarrow e^{-x} = 3$ . Man löst z.B. mithilfe des  $\ln$  (also mit dem natürlichen Logarithmus, dem zur Basis  $e$ ) und erhält:  $-x = \ln(3)$ , also  $x = -\ln(3) \approx 1,099$ . Die Funktion  $g$  hat also eine Nullstelle bei  $-\ln(3)$ .

(b) Die Funktion  $h$  lautet  $h(x) = e^{-2x} \cdot (x^2 - 16)$

Untersuchen wir auf Stellen mit waagrechter Tangente (die Extremstellen oder x-Werte von Terrassenpunkten sein könnten): Dazu brauchen wir die Ableitung, die wir mit der Produktregel bestimmen können:  $h'(x) = e^{-2x} \cdot (-2) \cdot (x^2 - 16) + e^{-2x} \cdot 2x$ .

Wir klammern  $e^{-2x}$  aus und erhalten

$$h'(x) = e^{-2x} \cdot ((-2) \cdot (x^2 - 16) + 2x) = e^{-2x} \cdot (-2x^2 + 2x + 32).$$

Für Stellen mit waagrechter Tangente gilt  $h'(x) = 0$ , also müssen wir die Gleichung  $e^{-2x} \cdot (-2x^2 + 2x + 32) = 0$  lösen. Wegen  $e^{-2x} \neq 0$  folgt  $-2x^2 + 2x + 32 = 0$ . Mit der

Mitternachtsformel erhalten wir die beiden Lösungen:  $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{2}$

Es gibt also zwei Stellen mit waagrechter Tangente.