1. Bestimmen Sie die Spurpunkte der folgenden Ebenen. Also die Schnittpunkte der Ebene mit den Koordinatenachsen.Hinweis: Auch hier kann man die Ebene natürlich in die AAF umwandeln.

   (a) $E: -4x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8$
   Mit der x_1-Achse: $x_2 = x_3 = 0$: $-4x_1 = 8 \Rightarrow x_1 = -2 \Rightarrow S_1(-2|0|0)$
   Mit der x_2-Achse: $x_1 = x_3 = 0$: $3x_2 = 8 \Rightarrow x_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow S_2(0|\frac{8}{3}|0)$
   Mit der x_3-Achse: $x_1 = x_2 = 0$: $5x_3 = 8 \Rightarrow x_1 = \frac{8}{5} \Rightarrow S_3(0|0|\frac{8}{5})$

   (b) $F: 8x_1 + \frac{1}{2}x_2 + x_3 = 4$
   Mit der x_1-Achse: $x_2 = x_3 = 0$: $8x_1 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_1(\frac{1}{2}|0|0)$
   Mit der x_2-Achse: $x_1 = x_3 = 0$: $\frac{1}{2}x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 8 \Rightarrow S_2(0|8|0)$
   Mit der x_3-Achse: $x_1 = x_2 = 0$: $x_3 = 4 \Rightarrow S_3(0|0|4)$

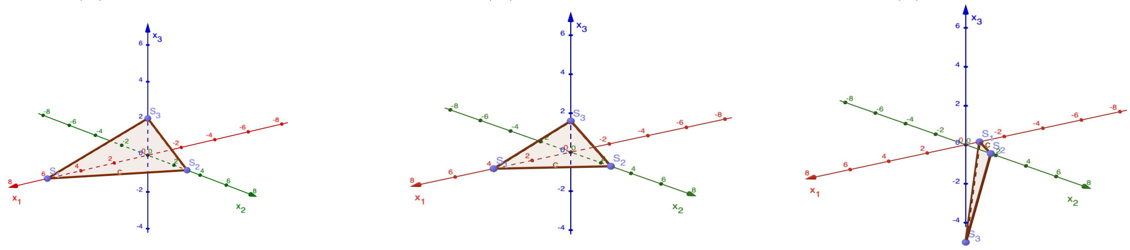
   (c) $G: x_1 - 2x_2 - 16x_3 = 4$
   Mit der x_1-Achse: $x_2 = x_3 = 0$: $x_1 = 4 \Rightarrow S_1(4|0|0)$
   Mit der x_2-Achse: $x_1 = x_3 = 0$: $-2x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = -2 \Rightarrow S_2(0|-2|0)$
   Mit der x_3-Achse: $x_1 = x_2 = 0$: $-16x_3 = 4 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow S_3(0|0|-\frac{1}{4})$

2. Formen Sie (falls möglich) die gegebenen Ebenengleichungen in die Achsenabschnittsform um, geben Sie die Spurpunkte an und veranschaulichen Sie sich damit die Lage der Ebenen im Koordinatensystem.
   (a) E: $5x_1 + 10x_2 + 15x_3 = 30| : 30$
   $\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{2}x_3 = 1$
   $\Rightarrow S_1(6|0|0),\ S_2(0|3|0),\ S_3(0|0|2)$

   (b) F: $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8| : 8$
   $\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1 + \frac{3}{8}x_2 + \frac{5}{8}x_3 = 1$
   $\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{\frac{8}{3}}x_2 + \frac{1}{\frac{8}{5}}x_3 = 1$
   $\Rightarrow S_1(4|0|0),\ S_2(0|\frac{8}{3}|0),\ S_3(0|0|\frac{8}{5})$

   (c) G: $7x_1 - 3x_2 + x_3 = -5| : (-5) \Leftrightarrow \frac{7}{-5}x_1 + \frac{-3}{-5}x_2 + \frac{1}{-5}x_3 = 1$
   $\Leftrightarrow \frac{1}{\frac{-5}{7}}x_1 + \frac{1}{\frac{5}{3}}x_2 + \frac{1}{-5}x_3 = 1$
   $\Rightarrow S_1(\frac{-5}{7}|0|0),\ S_2(0|\frac{5}{3}|0),\ S_3(0|0|-5)$

   (d) H: $2x_1 + 4x_2 = 0$
   Hier gibt es keine AAF, die Ebene beinhaltet die x_3-Achse (siehe Besondere Lagen von Ebenen)



(a) Ebene E (b) Ebene F (c) Ebene G

3. Die x_ix_j-Ebene ist die Ebene (i und j von 1 bis 3), die durch die beiden Koordinatenachsen x_i und x_j sowie den Ursprung festgelegt ist. Z.B. ist also die Geben Sie Gleichungen der x_1x_3-Ebene sowie der x_2x_3-Ebene in Koordinatenform und auch in Parameterform an.
   x_1x_2-Ebene: $x_3 = 0$ bzw. : $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

x_1x_3-Ebene: $x_2 = 0$ bzw. : $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

x_2x_3-Ebene: $x_1 = 0$ bzw. : $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4. Geben Sie die besondere Lage der folgenden Ebenen im Koordinatensystem an.
   (a) E: $-3x_2 + 3x_3 = 0$ beinhaltet die x_1-Achse.
   (b) F: $\frac{1}{3}x_1 = 8$ ist echt parallel zur x_2x_3-Ebene.
   (c) G: $-3x_3 = 0$ ist die x_1x_2-Ebene.
   (d) H: $176700x_2 + 2799x_3 = 4$ ist echt parallel zur x_1-Achse.
   (e) I: $7x_1 - 3x_2 + x_3 = 0$ enthält den Ursprung

5. Die Spurgeraden einer Ebene sind die Schnittgeraden der Ebene mit den Koordinatenebenen. Bestimmen Sie die Spurgeraden der Ebene E: $5x_1 + 10x_2 + 15x_3 = 30$ mit allen drei Koordinatenebenen.
   Die Spurpunkte dieser Ebene wurden weiter oben bereits berechnet: $S_1(6|0|0)$, $S_2(0|3|0)$, $S_3(0|0|2)$. Nun stellen wir durch je zwei Punkte die entsprechende Gerade auf:

   S_1 und S_2 liegen in der x_1x_2-Ebene: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

   S_2 und S_3 liegen in der x_2x_3-Ebene: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

   S_1 und S_3 liegen in der x_1x_3-Ebene: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

6. Die Spurpunkte einer Geraden g sind die Schnittpunkte von g mit den Koordinatenebenen. Bestimmen Sie alle Spurpunkte der Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit den Koordinatenebenen.
   Die Punkte der x_1x_2-Ebene haben die Form $A(?|?|0)$. Daher muss gelten (siehe 3. Zeile der Geradengleichung): $1 + 3r = 0$, also $r = -\frac{1}{3}$. Setzt man diesen Wert in die Geradengleichung ein, so erhält man den Ortsvektor des Schnittpunkts. Als Schnittpunkt ergibt sich $S_3(\frac{5}{3}| - \frac{2}{3}|0)$.
   Die Punkte der x_1x_3-Ebene haben die Form $A(?|0|?)$. Daher gilt (siehe 2. Zeile der Geradengleichung): $0 + 2r = 0$, also $r = 0$. Einsetzen in die Geradengleichung liefert den Schnittpunkt $S_3(2|0|1)$ (siehe Stützvektor der Gerade).
   Die Punkte der x_2x_3-Ebene haben die Form $A(0|?|?)$. Es gilt (siehe 1. Zeile der Geradengleichung): $2 + r = 0$, also $r = -2$. Einsetzen in die Geradengleichung liefert den Schnittpunkt $S_3(0| - 4|5)$.