

Weitere Aufgaben zu Ebenen

1. Bestimmen Sie die Spurpunkte der folgenden Ebenen. Also die Schnittpunkte der Ebene mit den Koordinatenachsen.

(a) $E : -4x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8$

(b) $F : 8x_1 + \frac{1}{2}x_2 + x_3 = 4$

(c) $G : x_1 - 2x_2 - 16x_3 = 4$

2. Formen Sie (falls möglich) die gegebenen Ebenengleichungen in die Achsenabschnittsform um, geben Sie die Spurpunkte an und veranschaulichen Sie sich damit die Lage der Ebenen im Koordinatensystem.

(a) $E: 5x_1 + 10x_2 + 15x_3 = 30$

(b) $F: 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8$

(c) $G: 7x_1 - 3x_2 + x_3 = -5$

(d) $H: 2x_1 + 4x_2 = 0$

3. Die $x_i x_j$ -Ebene ist die Ebene (i und j von 1 bis 3), die durch die beiden Koordinatenachsen x_i und x_j sowie den Ursprung festgelegt ist. Z.B. ist also die $x_1 x_2$ -Ebene die Ebene mit

der Gleichung $E : x_3 = 0$ bzw. mit der Gleichung: $E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Man nennt diese Ebenen auch Koordinatenebenen.

Geben Sie Gleichungen der $x_1 x_3$ -Ebene sowie der $x_2 x_3$ -Ebene in Koordinatenform und auch in Parameterform an.

4. Geben Sie die besondere Lage der folgenden Ebenen im Koordinatensystem an.

(a) $E: -3x_2 + 3x_3 = 0$

(b) $F: \frac{1}{3}x_1 = 8$

(c) $G: -3x_3 = 0$

(d) $H: 176700x_2 + 2799x_3 = 4$

(e) $I: 7x_1 - 3x_2 + x_3 = 0$

5. Die Spurgeraden einer Ebene sind die Schnittgeraden der Ebene mit den Koordinatenebenen. Bestimmen Sie die Spurgeraden der Ebene $E: 5x_1 + 10x_2 + 15x_3 = 30$ mit allen drei Koordinatenebenen.

Hinweis: Berechnen Sie dazu zunächst die Spurpunkte.

6. Die Spurpunkte einer Geraden g sind die Schnittpunkte von g mit den Koordinatenebenen.

Bestimmen Sie alle Spurpunkte der Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit den Koordinatenebenen.

Hinweis: Z.B. haben alle Punkte der $x_1 x_2$ -Ebene die Form $A(?!|?)0$.