

Aufgaben zu Ebenen in der Koordinatenform

1. Entwickeln Sie aus der Parametergleichung der Ebene E (mit $r, s \in \mathbb{R}$) eine Darstellung der Ebene E in Koordinatenform sowie eine in Normalenform.

$$(a) \quad E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(c) \quad E : \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$(d) \quad E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. Geben Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E an.

$$(a) \quad E: -5x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$$

$$(b) \quad E: 5x_1 + 10x_2 - 10x_3 = -60$$

$$(c) \quad E: 7x_1 - 3x_2 + x_3 = -5$$

$$(d) \quad E: -3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$$

3. Stellen Sie die Ebene E in Koordinatenform dar, die durch die drei folgenden Punkte A, B und C gegeben ist. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor: I. Stellen Sie die Ebene zunächst in Parameterform dar und wandeln Sie diese dann in Koordinatenform um ODER II. Setzen Sie die drei Punkte A, B und C in die Gleichung $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ ein. Dadurch erhalten Sie drei Gleichungen mit vier Unbekannten. Lösen Sie dieses Gleichungssystem. Da nur eine Lösung der Gleichung gesucht ist, können Sie für eine der vier Unbekannten eine (fast) beliebige Zahl einsetzen.

$$(a) \quad A(3|4|0), B(2|8|2) \text{ und } C(-1|4|1)$$

$$(b) \quad A(-4|1|1), B(3|5|1) \text{ und } C(-4|0|3)$$

$$(c) \quad A(0|6|-9), B(-1|1|1) \text{ und } C(-2|5|-2)$$

$$(d) \quad A(7|5|3), B(3|9|-5) \text{ und } C(4|2|2)$$

4. Wir haben gelernt: Damit die Gleichung $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ eine Ebene beschreibt, darf nicht $a = b = c = 0$ sein.

Beschreiben Sie die Punktmenge $P(x_1|x_2|x_3)$, die obige Gleichung erfüllt, falls $a = b = c = 0$ ist. Achten Sie dabei auf eine geeignete Fallunterscheidung.

5. Gegeben ist die Ebene E mit $E: 2x_1 - x_2 = 6$. Testen Sie, welche der folgenden Punkte zu dieser Ebene gehören:

$$A(2|-2|0), B(1|0|3), C(3|0|4), D(-1|-8|2) \text{ und } E(1|1|17)$$